



RAN - 2003000205020111

RAN-2003000205020111**T.Y.B.Sc. (Statistics) (Sem. V) Examination October - 2023****Paper 501 : Mathematical Statistics - I****સૂચના : / Instructions**

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the details of signs on your answer book

Name of the Examination:

T.Y.B.Sc. (Statistics) (Sem. V)

Name of the Subject :

Paper 501 : Mathematical Statistics - I

Subject Code No.: 2003000205020111

Seat No.:

Student's Signature

(૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(2) All questions are compulsory

(૩) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

(3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.

(૪) જમણી બાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(4) Figures given to the right indicate the marks of the question.

(૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફિક કેલક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

(5) Non programmable scientific calculator is allowed.

Q-1 Answer the following questions.**(8)****નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.**(1) For the distribution with usual notation the r^{th} raw moment is $\mu^1 r = r! \sigma^r$ then find characteristic function of this distribution.પ્રચલિત સંકેતમાં કોઈ વિતરણ માટે r^{th} મો અકેન્ડ્રિય પ્રઘાત $\mu^1 r = r! \sigma^r$ હોય તો આ વિતરણ માટે લાક્ષણિક વિધેય મેળવો.(2) If the r^{th} cumulant $k_r = n(r-1)!$, $n > 0$ then find characteristic function from it.જો કોઈ સંભાવના વિતરણ માટે r^{th} યોગઘાત $k_r = n(r-1)!$, $n > 0$ હોય તો તેનું લાક્ષણિક વિધેય મેળવો.

3. Write the condition of judging whether the distribution is discrete or continuous using concept of characteristic function.

લાક્ષણિક વિધેયના સંદર્ભમાં સંભાવના વિતરણ અસતત છે કે સતત તે માટેની જરૂરી શરતો જણાવો.

4. If a random variable x takes two values i and $-i$ with equal probability, then check that weak law of large number hold good or not.

જો યદ્યથ ચલ x બે કિંમતો i અને $-i$ સમાન સંભાવના ધરાવતો હોય તો બતાવો કે તે વીક લો ઓફ લાર્જ નંબરનું સમાધાન કરે છે કે નહી તે ચકાસો.

Q-2 (a) Attempt any one. (4)

કોઈ પણ એકનો ઉત્તર આપો.

- (1) Write all properties of characteristic function. Give proof of any three of them.

લાક્ષણિક વિધેયના તમામ ગુણધર્મો જણાવી કોઈ પણ ત્રણની સાબિતી આપો.

- (2) In usual notation State and prove Chebyshev's inequality.

પ્રચલિત સંકેતમાં ચેબીશેવ્ઝ અસમતા લખો અને સાબિત કરો.

(b) Attempt any two. (10)

કોઈપણ બે ના ઉત્તર આપો.

- (1) If the p.d. f. of random variable of x is

$$f(x) = \frac{1}{2}; -1 < x < 1$$

Then find characteristic function of it.

$$f(x) = \frac{1}{2}; -1 < x < 1$$

જો યદ્યથ ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

- (2) If $x \sim G(P)$ then obtain $\Phi_x(t)$ also find the value of β_1 and β_2 from it.

જો યદ્યથ ચલ $x \sim G(P)$ હોય તો $\Phi_x(t)$ મેળવો. તે પરથી β_1 અને β_2 ની કિંમત મેળવો.

- (3) If characteristic function of random variable x is $\Phi_x(t) = e^{-\frac{1}{2}t^2\sigma^2}$

then find probability density function of it.

જો યદ્યથ ચલ x નું લાક્ષણિક વિધેય $\Phi_x(t) = e^{-\frac{1}{2}t^2\sigma^2}$ હોય તો યદ્યથ ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય મેળવો.

Q-3 (a) Attempt any one. (4)

કોઈપણ એક નો ઉત્તર આપો.

- (1) State and prove Inversion theorem for characteristics function.

લાક્ષણિક વિધેયો માટે ઈન્વરઝન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

- (2) Give the statement of Lingberg's Levy's form then prove it.
લિન્ડ બર્ગ લેવીના કેન્દ્રિય લક્ષણ પ્રમેયનું કથન લખી તેને સાબિત કરો.

(b) Attempt any two.

(10)

કોઈ પણ બેના ઉત્તર આપો.

- (1) The sample mean \bar{X} is taken from the distribution of sample size 15.
The p.d.f. of it is

$$f(X) = 3x^2, 0 < X < 1$$

Then calculate $p[0.6 < \bar{X} < 0.8]$

એક વિતરણમાં નિદર્શ કદ 15 હોય અને તે નિદર્શ મધ્યક \bar{X} છે જેનું
સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(X) = 3x^2, 0 < X < 1$$

હોય તો $p[0.6 < \bar{X} < 0.8]$ ગણો.

- (2) Using Chebyshev's inequality find the lower bound for
 $p\{-1 \leq x \leq 3\}$ and compare it with actual value . If Probability density
function of random variable X is $f(x) = e^{-x} \quad 0 < x < \infty$

ચેબીસેવ્ઝ અસમતાનો ઉપયોગ કરી $p\{-1 \leq x \leq 3\}$ માટે લોઅર બાઉન્ડ મેળવો અને
તેને સાચી સંભાવના સાથે સરખાવો. જ્યાં ચલ X નું સંભાવના વિધેય

$$f(x) = e^{-x} \quad 0 < x < \infty \text{ છે.}$$

- (3) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ then find characteristic function of it and from it find β_1 .
 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ તે માટે લાક્ષણિક વિધેય મેળવી તે પરથી β_1 મેળવો.

Q-4 (a) Attempt any one.

(4)

કોઈ પણ એકનો ઉત્તર આપો.

- (1) In usual notation prove that

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} \phi_x(t) dt$$

પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} \phi_x(t) dt$$

- (2) State and prove generalized chebyshev's inequality.
વ્યાપક ચેબીસેવ્ઝ અસમતાનું કથન લખો અને સાબિત કરો.

(b) Attempt any two.

(10)

કોઈ પણ બેના ઉત્તર આપો.

- (1) Decide whether the Weak law of large number holds good or not for the sequence of following mutually independent random variables $\{x_k\}$ with the distribution defined as for $K = 1, 2, \dots, n$.

x_k	$p(x_k)$
$+2^k$	$\frac{1}{2}$
-2^k	$\frac{1}{2}$

$K = 1, 2, \dots, n$ માટે પરસ્પર નિરપેક્ષ ચલોની શ્રેણી $\{x_k\}$ માટે નીચે દર્શાવેલ સંભાવના વિતરણો હોય તો વીક લો ઓફ લાર્જ નંબર ચકાસો.

x_k	$p(x_k)$
$+2^k$	$\frac{1}{2}$
-2^k	$\frac{1}{2}$

- (2) Decide whether the central limit theorem holds good or not for the sequence of independent random variables $\{x_i\}$ with the following probability distribution as follows

$$p(x_i = 1) = p_i$$

$$p(x_i = 0) = 1 - p_i$$

for $i = 1, 2, \dots, n$

$i = 1, 2, \dots, n$ માટે પરસ્પર નિરપેક્ષ ચલોની શ્રેણી $\{x_i\}$ માટે નીચે દર્શાવેલ સંભાવના વિતરણ હોય તો કેન્દ્રિય લક્ષ પ્રમેયનું સમાધાન કરે છે કે કેમ તે ચકાસો.

$$p(x_i = 1) = p_i$$

$$p(x_i = 0) = 1 - p_i$$

- (3) If characteristic function of random variable x is $\Phi_x(t) = e^{it\mu - \frac{1}{2}t^2\sigma^2}$ then find probability density function of it.

જો યદરૂઢ ચલ x નું લાક્ષણિક વિધેય $\Phi_x(t) = e^{it\mu - \frac{1}{2}t^2\sigma^2}$ હોય તો તેનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય શોધો.